Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра инженерной математики

Паспорт экзамена

по дисциплине «Математический анализ», 2 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в форме письменного тестирования с использованием электронной информационно-образовательной среда НГТУ (http:// www.nstu.ru/sveden/eos).

Тестовые задания охватывают все содержание курса.

Тест состоит из 10 заданий различного вида и позволяет проверить результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными в программе индикаторами достижения компетенций. Задание с неправильным ответом может быть принято преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Тест формируется случайной выборкой из банка задач по следующему правилу: три задачи из диапазона 1-9; три задачи из диапазона 10-19; три задачи из диапазона 20-28; одна задача из диапазона 29-33 (перечень задач приведен ниже).

2. Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций

Выполнение теста засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент правильно ответил на все вопросы теста, знает определения всех понятий, продемонстрировал способность безошибочно устанавливать последовательность и соответствие между процессами и явлениями, выявлять проблемы, предлагать механизмы их решения, представляет количественные и качественные характеристики определенных процессов и не допускает ошибок при решении задач. Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Установленные в программе компетенции сформированы в полном объеме. Оценка составляет *от 35 до 40 баллов.*

Выполнение теста засчитывается на **базовом** уровне, если студент правильно ответил на ⅔ вопросов теста, знает определения основных понятий, продемонстрировал способность устанавливать последовательность и соответствие между процессами и явлениями, правильно характеризует процессы, явления, не допускает существенных ошибок при решении задач. Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 34 до 27 баллов.*

Выполнение теста засчитывается на **пороговом** уровне, если студент правильно ответил от ½ до ⅔ вопросов теста, знает определения основных понятий, продемонстрировал способность устанавливать последовательность и соответствие между процессами и явлениями, при решении задач допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные. Совокупность результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит пробелы. Установленные в программе компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 26 до 20 баллов.*

Выполнение теста считается **неудовлетворительным**, если студент правильно ответил менее чем на половину вопросов теста, не знает определений понятий, не продемонстрировал способность устанавливать последовательность и соответствие между процессами и явлениями, при решении задач допускает принципиальные ошибки. Совокупность

результатов обучения по дисциплине и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Установленные в программе компетенции не сформированы. Оценка составляет *менее 20 баллов.*

3. Шкала оценки

Экзамен считается сданным, если сумма баллов по всем заданиям теста составляет от 20 до 40 баллов включительно. Сумма менее 20 баллов признается неудовлетворительным результатом промежуточной аттестации по дисциплине.

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, установленными в НГТУ.

4. Примерный тест для экзамена[1]

ДЕ1. Интегральное исчисление функций многих переменных

Вопрос 1. Вычислить интеграл $\iint\limits_D 2x^2 y dxdy$, D – прямоугольник с вершинами $A(0;0)$, $B(3;0)$, $C(3;1)$, $D(0;1)$

a. 9
b. –9
c. 3
d. –3

Вопрос 2. Тело ограничено поверхностями $y = x, y = 2x, z = x^2 + y^2, x = 1, z = 0$. Указать интеграл, вычисляющий объем этого тела.

a. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_x^{2x} dx \int\limits_0^{x^2+y^2} dz$
b. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^{2x} \left(x^2 + y^2\right) dy$
c. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 \left(x^2 + y^2\right) dy$
d. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{x^2+y^2} dz$
e. $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{\frac{y}{2}}^{y} \left(x^2 + y^2\right) dx$

Вопрос 3. Вычислить интеграл $\int\limits_{AB} 2xdl$ по отрезку AB, соединяющему точки $A(2;4)$, $B(6;4)$

a. 32
b. 16
c. –32
d. –16

[1] Вариант правильного ответа отмечен жирным шрифтом

Вопрос 4. Длина дуги $y=\cos x$, лежащая между точками с абсциссами $x=0$ и $x=\frac{\pi}{2}$ вычисляется с помощью интеграла

a. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+\sin^2 x}dx$

b. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+\cos^2 x}dx$

c. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx$

d. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin xdx$

Вопрос 5. Вычислить интеграл $\int_{AB}(x+1)dy$ вдоль отрезка AB прямой $y=2x+5$ от точки $A(-2;1)$ до точки $B(1;7)$

a. 3

b. -3

c. 6

d. -6

e. 0

Вопрос 6. Вычислить интеграл $\oint_{ABCDA} xydx+(x-y)dy$ вдоль контура треугольника с вершинами $A(0;0), B(2;2), C(0;2)$, обходимому в положительном направлении.

a. $-\frac{2}{3}$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\frac{4}{3}$

d. $-\frac{4}{3}$

ДЕ2. Дифференциальные уравнения

Вопрос 7. Найти решение дифференциального уравнения $y'=\operatorname{tg}x$, удовлетворяющее начальному условию $y(2\pi)=1$.

a. $y=1-\ln|\cos x|$

b. $y=1+\ln|\cos x|$

c. $y=\frac{1}{\cos^2 x}$

d. $y=2-\frac{1}{\cos^2 x}$

Вопрос 8. Выбрать способ понижения порядка дифференциального уравнения $(y')^2 = y'' + 1$ и определить тип уравнения после понижения порядка

a. замена $y' = p(x)$

b. замена $y' = p(y)$

c. с разделяющимися переменными

d. однородное

e. линейное

f. Бернулли

Вопрос 9. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = 0$

a. $y_{o.o.} = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$

b. $y_{o.o.} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{x}$

c. $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{-x}$

d. $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{3x}$

Вопрос 10. Указать вид общего решения уравнения $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$

a. $y_{o.н.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} x^2 A$

b. $y_{o.н.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} A x$

c. $y_{o.н.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + e^{-x} A$

d. $y_{o.н.} = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + 2e^{-x}$

ДЕ3. Ряды

Вопрос 11. Укажите сходящиеся ряды

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+10}{4n+1} \right)^n$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2}{n+100} \right)^n$

Вопрос 12. Указать абсолютно сходящийся ряд

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$

Вопрос 13. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n+1}$

a. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

b. $(-1;1)$

c. $(0;2)$

d. $(-2;2)$

Вопрос 14. Разложить функцию $f(x)=x^2\ln(1+2x)$ в ряд Маклорена

a. $f(x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^{2n}}{n},\ x\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

b. $f(x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^{n+2}}{n},\ x\in[-1;1)$

c. $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n x^{2n}}{n},\ x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

d. $f(x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^{n+2}}{n},\ x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Вопрос 15. Укажите вид ряда Фурье для функции $f(x)=x\sin x^2$ на отрезке $[-\pi,\pi]$:

$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx+b_n\sin nx,\ \exists a_n\neq 0,\exists b_n\neq 0$

a. $\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$

b. $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx$

c. $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx,\ a_0\neq 0$

Перечень задач по дисциплине «Математический анализ»

1. Вычисление двойных интегралов по прямоугольной области.
2. Вычисление двойных интегралов по криволинейной области.
3. Вычисление площади, массы, координат центра тяжести плоских фигур, вычисление объемов тел с помощью двойных интегралов.
4. Вычисление тройных интегралов.
5. Вычисление объемов тел, их массы и координат центра тяжести с помощью тройных интегралов.
6. Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода.
7. Вычисление длин и масс дуг с помощью криволинейных интегралов 1-го рода.
8. Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода.
9. Вычисление площадей плоских фигур, работы переменной силы с помощью криволинейных интегралов 2-го рода.
10. Применение формулы Грина для вычисления криволинейных интегралов 2-го рода.
11. Нахождение общего решения и решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка.
12. Решение уравнений, допускающих понижение порядка.
13. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего

порядка с постоянными коэффициентами.
14. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с правой частью специального вида.
15. Решение систем линейных дифференциальных уравнений.
16. Исследование сходимости знакоположительных рядов.
17. Исследование абсолютной и условной сходимости знакочередующихся рядов.
18. Определение область сходимости степенных рядов.
19. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена.
20. Представление функций рядами и интегралами Фурье.